課題学習の実践　「格子多角形の求積を通して」

足利市立第三中学校　菊　地　廣　光
坂西中学校　中　村　　敏
北　中学校　菊　地　広　子

0　は　じ　め　に

私たちの願いは，「数学する」ことから，人生になにか「味つけする」ことである。ややもすると受験に追われてしまい「砂をかむような味しか覚えない青春時代」だけで終わってしまうこともある。

数学科の目標と同時に味わえる内容がちりばめられている学習をぜひ生徒とともにしたいものである。

1　課題学習の基本的考え方

(1)　課題学習のねらい

情報化の波に生きる生徒たちが，自分の個性に合わせて変化の中にある問題を探り，情報を選択し，課題を決定していくことができる能力を育成し，さらに最後まで粘り強く解決しようとしていく態度を身につけるために，次のことが必要である。

・変化の中に課題を進んで見つけようとする
・見つけた課題に進んで対処しようとする
・対処するための方法を身につけておく

次の積み重ねも大切である。

・生徒が自ら進んで学習に取り組もうとする
・自分なりに解決ができる
・解決の過程から物事を関連させながら見ることを学ぶ

さらに，総合的にとらえる場面をより多く設定してやることも忘れてはならない。たとえば，例題から問題に移るときにどんな心構えが必要かなど総合的に解決していくことを目指した授業の展開を年間計画の中に位置付けようとすることである。

(2)　問 題 の 開 発

学習指導要領では，問題について「各領域の内容を総合したり日常の事象に関連付けたりした適切な課題」と言っている。そのために

・既習内容が総合的に活用される問題　　・数学的な見方や考え方が養われる問題
・多用な見方や考え方で解決できる問題　　・日常の事象と関連付けた問題

さらに

- 興味，関心を引き出し意欲を持たせることのできる問題
- 全員が何らかの解決ができる問題
- 数学のよさや美しさを感じさせることのできる問題
- 何を解決するのかという目標がはっきりしている問題

これらの条件をあまり限定せずに生徒の実態に応じて適切な問題を与えるようにしたい。しかし，特別な目新しい問題である必要はない。教科書や問題集によくあるような問題であっても課題学習の問題となることも多い。たとえば，素材は同じでも，問題の条件や場面を変えるだけでの工夫でよい。次のような視点で問題を開発することができる。

- 問題の条件を変える。（形や個数や数値など）
- 問題の場面を変える。（座標平面上に置き換えるなど）
- 問題づくりをさせる。（似た問題や発展させた問題など）
- パソコンを利用する。（実験を通して予想させたり，確かめさせたりする）

2　事例「格子点と多角形の面積」

体験的に学習活動を進めるためには，自分の目の前の紙の上で求積ができ，さらに確かめることもできることが必要である。そうすることから，生徒たちの学習意欲は高まるであろう。また，生徒自身や教師のもつ疑問を投げかけることによって，追究意欲を高め，課題への関わりを深める。

「ピックの定理」は，求積の問題である。面積を求めることは生徒にとっては身じかに感じられる問題である。さらに，求積には多様な求め方があるので，自分なりの解決ができ，違う考え方と比較することもできる。もっと速く正確にできないだろうか。もっとうまく調子よくできないだろうかなど発展していくことが容易である。

(1)　授業の構想

ア　誰もが意欲的に学習に関わることができる
イ　生徒自らが課題を見つけ学習が展開していける
ウ　自らの学習の過程を明らかにする
エ　残された課題を今後追究したいという意欲を持たせる

具体的には，次のようになる。（格子状に等間隔に並んだ点があります。）

- この点を３点結んで閉じた図形をかく
- ５点を結ぶとどんな図形がかけるかを考えてかく

・いろいろな図形がかけることを確認する

・４点を結ぶとどのような図形がかけるかを予想し，実際にかく

・かいた図形から課題を見つける

予想される課題

＊　長方形をかくには，何点必要だろうか

＊　内部の点が増えると面積が増えるが，どんな増え方をするだろうか

＊　内部の点に１を加えると面積が出ると言えるだろうか

＊　辺上の点しかない図形で，辺上の点の数が同じときは，面積が等しいと言えるか

・自分と関わりを強く持ったものを自分の課題として追究する

・個人またはグループで追究する

課題の設定については，学習問題の追究の過程で生じたものを教師が手助けしながら設定し，自らが追究したいものを決めて追究させるようにしていく。最初から生徒自ら課題の設定をさせようとせず生徒の言葉を教師がまとめて課題として作り上げるようにする。

さらに生徒たちの課題への関わりが強ければ強いほど，新たな課題を生み出していくであろう。しかし，このときも課題追究の過程のなかで教師のヒントなどの関わりを大事にしながら，生徒たちは疑問となったり分かったことを自分の言葉でまとめていくことになるだろう。だから，援助しながら課題を明らかにさせていき新たな課題がでるようにさせていく。

予想される新たな課題

＊　面積は，内部にある点の数に１を加えるだけでなく，辺上の点の数によっても違う。どのようにまとめたらいいのだろうか。

＊　内部に点がない場合，辺上の点の数と面積の間には一定の関係がある。内部に点がある場合には，どのようになるのだろうか。

＊　辺上の点の数，内部の点の数，面積の間に何か関係がありそうだ。どのような関係があると言えるだろうか。

ここでは，面積の公式を導き出すことが本目的ではない。要は，生徒たちの学習へ立ち向かう意欲化を図ることが大切である。生徒全員が同じ所へ到達することを求めてもいけない。自分の追究の足どりを明らかにしながら，追究の過程を記録し自分の言葉でまとめられるように指導したい。

そこで，授業の最後に必ず「振り返る」としてまとめさせたい。今日の授業を振り返り，まとめることから課題追究の過程を振り返り，新たな課題が生まれてくる体験をしながら，今後の学習意欲を持たせられると思う。

(2) 指導の実際

数学科学習指導案

平成6年10月25日（火）第5校時

3年5組（男子17名，女子22名，計39名）

指導者　菊地広子

ア 題材名　課題学習「格子点と多角形の面積」

イ 題材の目標

格子点を結んでできる図形について，自ら課題を設定しその課題を追究する中でさらに新たな課題を生み出すことができる。また，追究を発展させていく中で，規則性を発見し，表現，考察する力を高めるとともに，意欲的な学習ができるようにする。

(ア) 数学への関心・意欲・態度

題材から課題を設定し，その課題を他と協力しあって意欲的に追究することにより，数学を学ぶ楽しさを感得しようとする。

(イ) 数学的な考え方

第1課題から自分なりの新たな課題を設定することができ，追究の中から発見した規則性を帰納的に確かめるための考察ができる。

(ウ) 数学的な表現・処理

格子点を結んでできる図形の面積を表やことば，式などを利用して表すことができる。

(エ) 数量，図形などについての知識・理解

格子点を結んでできるどのような多角形であっても面積が求められることが理解できる。

ウ 教材について

誰もが参加できる学習，発展的に考え続けていくことができる学習を目指しているのが「課題学習」である。数学的事実を説明したり，結果を求めるためにはこうすればよいというやり方だけの解説になってしまいがちであったこれまでの学習をもう一度見直して，できることなら生徒が自ら設定した課題に，それぞれの個性を生かしたアプローチで挑戦し，わかったところまでを友達に手際よく説明したり，また友達の考えをよく理解したりして，互いに理解を深め合い自己を高めていくことができるような，学習活動を目指しているのである。

現在，関数の授業が終わり，これから図形領域の学習へと進むが，既習の学習内容を総合的にとらえ，活用する学習が求められている。ここで，生徒にとって，興味・関心がもて，さらに主体的かつ体験的な学習活動を展開することができる課題を設定した。

生徒は，与えられた共通課題を全員で追究し，その課題の追究から新たな課題を設定し，グループ（個々）で追究する。そして，その追究活動を通してさらに学習意欲を高めてほしいと願っている。生徒はこれまでに図形の考察をしたり，面積を求める学習をしてきている。この課題では，生徒が，格子点を結んでできる多角形の面積を求める活動を通して新たな見方（多角形の面積は，その辺上の点の数や内部にある点の数を数えれば求められるということ）を発見し，あらためて求積について考えさせたい。さらに，関数的な考察力・表現方法を育てることから，数学を学ぶ楽しさを味わわせたい。

エ　題材の指導計画（3時間扱い）

解決過程	時間	主な活動
問題場面　4点を結ぶとどんな図形がかけるか。		
・課題作り ・第1課題の設定	1 （本時）	・実際に作図作業を通して，予想した図形がかけるかどうかを確かめ，その考察を通して課題作りをする。 ・グループごとに追究する課題を設定する。
・第1課題　・多角形の内部に点がない場合，辺上の点の数が同じならば面積はいつも同じといえるか。 ・多角形の内部の点が増えると面積はどんな増え方をするのか。 ・多角形の面積は，内部の点＋1で求められるか。		
・第1課題の解決 ・第2課題の設定	1	・第1課題を解決するため表やことばや式，グラフに表す。 ・グループ追究をしながら新たな課題の設定をする。
・第2課題　格子点を結んでできるどんな多角形でも面積が求められるか。		
・第2課題の追究 ・発表 ・感想	1	・第2課題を解決するために予想を立て追究する。 ・追究した結果について発表する。 ・本課題学習を終えての感想を書く。

オ　本時の指導

(ア)　題　目　　4点を結ぶとどんな図形がかけるか

(イ)　目　標

①　共通課題の作図作業に主体的に取り組み，グループ内で協力しあって課題が設定できるように，意欲的な学習ができる。（関心・意欲・態度）

②　格子点を結んでできる図形の考察を通して，課題を設定することができる。（数学的な考え方）

③　自分の考えを自分のことばで表現することができる。（表現・処理）

④　格子点を結んでできるいろいろな多角形を作図し，既習の方法を利用して求積することがでる。（知識・理解）

(ウ) 展　開

学習内容	生徒の活動	形態	教師の活動	時間
課題把握	1　3点を結んでできる図形を考える。 2　本時の学習課題を把握する。	一斉	・点を結んでできる図形について課題が把握できるように，具体例（3点，5点の場合）を示し，条件もはっきりさせる。 ・Aさんの表情から課題把握ができたかを見る。	5
	4つの点を結ぶとどんな図形がかけるか			
予想	3　どんな図形がかけるか予想する。 予想される図形 ・正方形　・台形 ・長方形　・ひし形 ・三角形　・平行四辺形など	一斉	・自由に出させる。かけない図形があっても次の場面で確かめるようにさせる。	15
作図作業	4　作業用紙にかく。	個人	・自由にかかせ予想に反してかけないものがあることに気づかせる。 ◎机間指導をしながらAさんが作図作業に取り組んでいるかを確認し，つまずいている場合には助言を与える。	
発表	5　どんな図形がかけたか確認する。	一斉	・代表的なものを画用紙にかいてもらい黒板に分類し貼る。 ・このときAさんが作図したものを画用紙にかかせ，自信をつけさせる。	
課題追究	6　かきあがった図形を考察する。	個人	・かきあがった図形から気づいたこと，疑問に思うこと，感じたことなどを自由に書かせる。 ◎Aさんが考察をしているか，作業用紙に記入をしているか，机間指導により確認する。書いてある内容によっては班での話し合いに自分なりのことばで発言できるように励ましてやる。	27
	7　考察をもとに，班で話し合う。	班	◎Aさんが班での話し合いで自分の考えを発表しているかどうか机間指導で把握する。	
発表	8　第1課題となる内容を発表し合う。	一斉	・発表ボードにかかせ全体に紹介する。いろいろな考え方の「よさ」を感じとらせる。 ・出てきた課題をはっきりさせる。	
第1課題の設定	9　班として考えていきたい課題を決める。	班	・第1課題をグループで選択させ，追究していく意欲をもたせる。	
まとめ	10　学習記録用紙に記入する。	個人	・本時でわかったことや疑問に残ったこと，感想など自由にかかせ，授業後の声かけや個別指導に生かす。 ◎Aさんの学習記録用紙から，つぶやきを感じとる。	3

(エ) 評　価

① 共通課題の作図作業に主体的に取り組み，グループ内で協力しあって課題が設定できるように意欲的な学習ができたか。

② 格子点を結んでできる図形の考察を通して，課題を設定することができたか。

③ 自分の考えを自分のことばで表現することができたか。

④ 格子点を結んでできるいろいろな多角形を作図し，既習の方法を利用して求積することができたか。

(3) 生徒の感想から

ア 第一時間目

・三角形の中の点の数がかわるのはなぜか。

・長方形はかけないがそれ以外はかなりかけた。

・同じ4点でつくる図形なのに形や面積が違ってくることが分かった。

・自分の考えられなかったことを班の人が考えているので参考になった。

・自分では考えつかないような意見がたくさんでて驚いた。

・けっこう楽しいからまたやってみたいと思った。

・4点，5点を結んで図形をかいたから，つぎは6点をやってみたい。

・違う図形なのに面積が同じなんて，夢中になった。

・図形には，驚くことや発見することがたくさんあってとても楽しかった。

・「どうして」と思ったことを次の時間にがんばってつきとめたい。

イ 第二時間目

・4点で結ばれている場合，中の点に1を加えると面積がでる。うれしい。

・面積の関係が見えてきた。あと少し。

・見つかりそうでなかなか見つからない。次回見つけたい。

・面積を求める式が分からなかった。班の人におそわった。

・解けそうだけど，まだ少し分からないところがある。

・新しい発見をした気分。もっともっと詳しく調べていきたい。

・「できた。」と思って，他の図形にあてはめたら全然違う。くやしい。でもがんばろう。

ウ 第三時間目

・5点で結ばれているときは，中の点に1.5を加えると面積。6点で結ばれている時は，2を加えると面積。3点の時は，0.5を加えると面積ということが分かった。

・分かったことの発表の準備もできた。うまく発表したいな。やっぱり数学っておもしろい。

・まだまだはっきりしないことがある。

・考えをまとめるのが難しかった。

・格子点のことがよく分かって，発表の準備もできた。

・面積と点の数との関係が分かった。式も分かってすごかった。

・今までの課題で一番難しかった。

・やっと，疑問に思っていたことが今日解くことができた。とても楽しい課題学習だった。

・かたい自分の頭がいやだ。でも時間をかけるとなんとかなる。

エ　第4時間目（予定にはなかったが生徒が燃えていたので）

1班　辺上の点の数と中の点の数から面積は出る。

（式）面積＝外の点の数÷2＋（中の点の数－1）

2班　辺上の点の数が偶数だと面積は整数になり，奇数だと小数になる。

理由は1班と同じ

3班　辺上の点は同じなのに中の点の数が1づつ増えると面積も1づつ増える。

表を作成したから

4班　3班と同じ

5班　4点を通り図形をかくとき，内部に点がなければどんな図形でも面積は同じ。

格子点板を使いながら実演して示す

6班　辺上の点の数が4点の時の面積を表す式を求める。

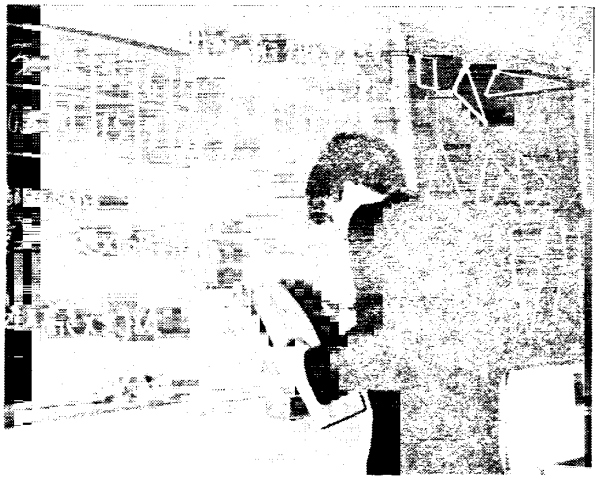
面積＝0.5（辺上の点の数－2）＋中の点の数

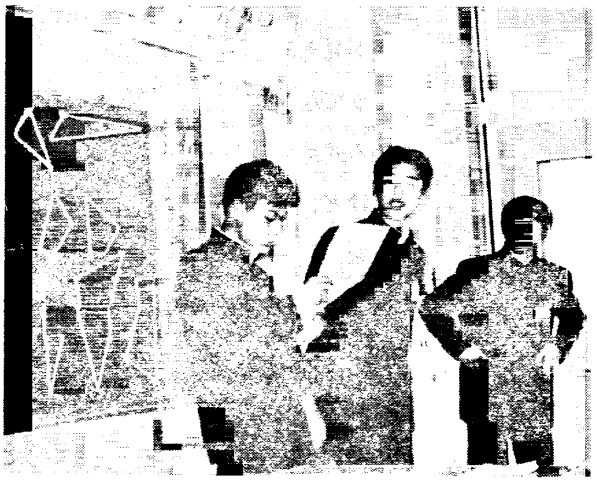
7班　1班と同じ

8班　辺上の点の数と内部にある点の数から面積を求める。

表を示し説明する

辺上の点の数	3	4	5	6	7	・・・
内部の点にたす数	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	・・・





3　他の事例から

関ブロ長野大会（'93）で，全く違う観点から求積してるので参考にされたい。茨城県鹿島群鉾田町立鉾田中学校教諭の額賀博氏は，格子多角形の求積法に関する新しい定理の紹介と証明を発表しているので，ここに紹介したい。

新しい定理の公式

次のように文字を定める。

S；格子多角形の面積（単位格子の数）

m；完全な正方形（格子枠）の数

n；1つの辺と格子枠とで囲まれる枠の数

p；2つの辺と格子枠とで囲まれる枠の数

新しい定理の公式　　$S=m+\frac{n}{2}$

証明について

この定理についての証明を3通り紹介する。

		証明者
Ⅰ	帰納的証明	本人（額賀博）
Ⅱ	幾何的証明	長野県飯田市立鼎中学校　中　谷　清　茂教諭
Ⅲ	代数的証明	岡山大学　平　井　安久　先生

次のように文字を定める。

S；格子多角形の面積（単位格子の数）

m；完全な正方形（格子枠）の数

n；1つの辺と格子枠とで囲まれる枠の数｛下図では，ア・イ・ウの3個｝

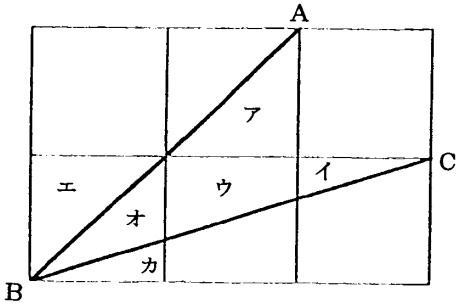
p；2つの辺と格子枠とで囲まれる枠の数｛下図では，オの1個｝

公式　$S=m+\frac{n}{2}$ ……①

Ⅰ　帰納的証明

1．多角形の1つの角（頂点）で証明を試みる。

まず，多角形の面積はmとそれ以外の部分からできているので，それ以外の部分の面積を調べればよい。



p｛左図では，オの部分｝の枠には必ず両側に｛エ，カ｝のような面積を求めない部分がある。

又，｛エ，カ｝と同じ形のn｛ア，イ｝の枠が存在する。

枠アを枠エに，枠イを枠カにそれぞれ移動すると｛ア＋オ＋イ＝1｝で正方形ができる。

従ってpが1個とnが2個で正方形1個（面積1）となる。

求める面積にpが1個｛オ｝含まれている時，pが1個とnが2個｛ア，イ｝で面積が1となるため，

pを1個とnを2個差し引き，その分面積1を加える。

前ページの図では，p＝1個｛オ｝

n＝3個｛ア，イ，ウ｝

nの枠から｛ア，イ｝を取り除いた部分｛ウ｝の面積は$\frac{n-2}{2}=\frac{3-2}{2}=\frac{1}{2}$……②

＊｛②については，この証明の後に証明してある。｝

$\frac{n-2}{2}$のnにはもともとpは含まれていないので，pを1個とnを2個差し引いたことになる。これにその分｛ア，オ，イ｝の面積1を加える。

$\frac{n-2}{2}+1=\frac{n-2}{2}+\frac{2}{2}=\frac{n-2+2}{2}=\frac{n}{2}$

pが1個に対しnが2個で面積1となるので，pが2個に対しnが4個で面積2となる。だから，pがN個に対しnが2N個で面積Nとなる。

従って，pがN個の時は，

$\frac{n-2N}{2}+N=\frac{n-2N}{2}+\frac{2N}{2}=\frac{n-2N+2N}{2}=\frac{n}{2}$

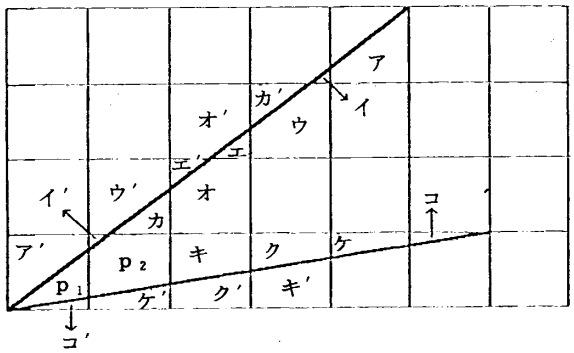
となる。従って，pを数えなくても面積は求められる。

これにm（完全な正方形（単位格子）の数）を加えれば面積が求められ，公式①が成立する。

格子多角形は，このような角の集まりであるから，任意の格子多角形について公式①が成立する。

【証明終】

2．②を証明する。



任意の格子点と格子点を結んだ線分と各格子枠で囲まれたそれぞれの左右の枠は，線分の中点を中心とした点対称な図形となる。（上図では，アとア′というように同じカナの枠同士が，同形の枠となる。）このため，任意の格子点と格子点を結んだ線分の片側の枠の総面積は，線分が通過する正方形の数の1／2になる。……③

［例］上図で，ア～コ，p_1，p_2，の全面積を求めるとすると，

p＝2個（p_1とp_2）で，それらの両側の枠にあてはまる枠がある。

p_1の両側の枠（ア′・コ′）にあてはまる枠；アとコ　∴p_1＋ア＋コ＝1

p_2の両側の枠（イ′・ケ′）にあてはまる枠；イとケ　∴p_2＋イ＋ケ＝1　……④

p_1，p_2に関係のある枠（ア・コ・イ・ケ）を除くと，残りは（ウ・エ・オ・カ・キ・ク）となる。枠（ウ・エ・オ・カ・キ・ク）は，枠（ウ′・エ′・オ′・カ′・キ′・ク′）のように同形の図形が存在する。

従って，pに関係のある枠を取り除いた枠の面積（ウ・エ・オ・カ・キ・ク）は③より，枠の個数を2で割ったものになる。

n＝10個（ア・イ・ウ・エ・オ・カ・キ・ク・ケ・コ）

除く枠4個（ア・コ・イ・ケ）

枠（ウ・エ・オ・カ・キ・ク）6個の面積＝$\frac{n-4}{2}=\frac{10-4}{2}=\frac{6}{2}=3$

これに④を加えると（ア～コ，p_1，p_2）の全面積となる。3＋2＝5

pが1個に対し両側の枠2個が存在し，pと枠2個を合わせて面積が1となるので，pが2個に対し両側の枠4個が存在し，それらの枠を合わせて面積が2となる。だから，pがN個に対し両側の枠は2N個となり，それらを合わせた面積はNとなる。

pがN個のときのpに関係のある枠を取り除いた枠の面積＝$\frac{n-2N}{2}$である。

n＜2Nの時は，pの両側に枠を入れた時の不足分の面積となる。【証明終】

（備考）③は，次に紹介する幾何的証明の補助定理のことである。

Ⅱ　幾何的証明

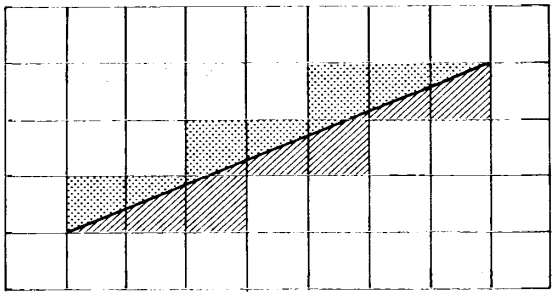
1．補助定理

いま，格子点を端点とする斜めの線分がある。このとき，この線分を含む正方形のうちで，線分と同じ側にある部分の総面積は，この正方形の総数（総面積）の1／2で与えられる。（正方形の面積を1とする）

［証明］

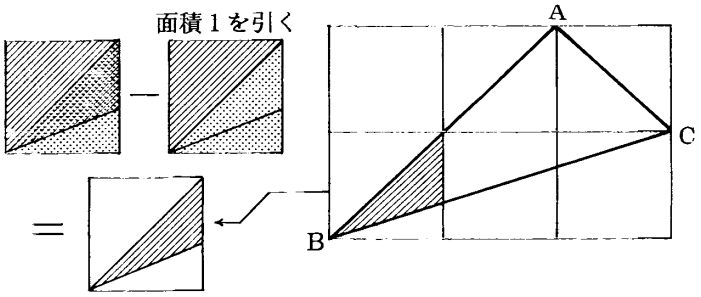
ⅰ線分及びそれを含む正方形の総和で構成される図形は，線分の中点を回転の中心とする点対称図形である。故に，この図形を構成している任意の三角形，四角形又は五角形は，それと合同な図形を，点対称の位置（線分に対して反対側）に持つ。

ⅱ三角形の合同条件を適用して，線分の端から内側に次々に合同図形を見いだすことも可能である。



2．三角形への補助定理の適用

下図のような三角形の各辺に，補助定理を適用すると，p（2つの辺と格子枠とで囲まれる枠）の正方形は2回数えられることになるので，その部分の正方形を数えないことにすると，面積1が除かれ，もとの図形のみが加えられることになる。



ところで，いま　S；三角形の面積

m；辺を含まない正方形の数

n；辺を1本含む正方形の数

p；辺を2本含む正方形の数

r；それぞれの辺が通過する正方形の個数の和（pを2回数えている）

とすると，$S = m + r/2 - p$　（上図を参照）（　　で補助定理の適用）

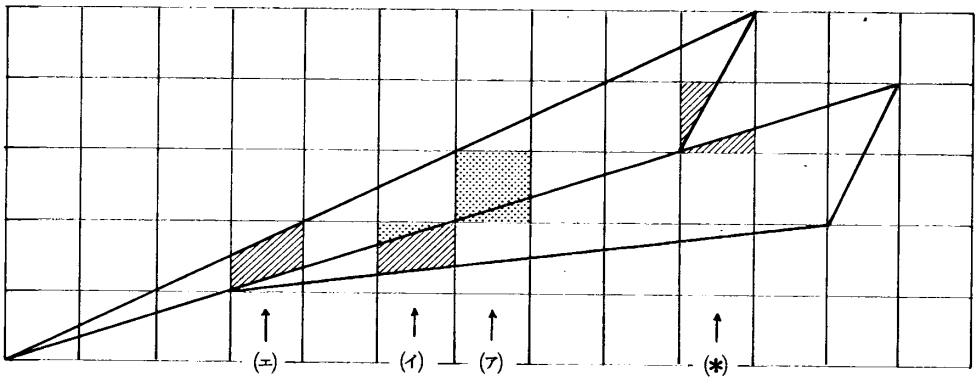
$= m + (r - 2p)/2$

$= m + n/2$

以上で，任意の三角形について公式①が成立することがわかった。

3．三角形で多角形を合成する。

格子多角形は三角形の和に分割することができる。ここで，個々の三角形については公式①が成立することは既に示された。次にこれらの三角形の合成によってできた図形に対しても公式①が成立することを示す。



2つの三角形が合成される時，2つの図形の境界となる線分が通過する正方形について以下のことが成立する：

正方形の内部を線分が1本だけ通過している形をS_1，正方形の内部を線分が2本通過している形をS_2，線分の通過していない正方形をS_0とよぶことにすると，

(ア)　合成以前にS_1とS_1であったものが接してS_0となる

(イ)　合成以前にS_1とS_2であったものが接してS_1となる

(ウ)　合成以前にS_2とS_1であったものが接してS_1となる

(エ)　合成以前にS_2とS_2であったものが接してS_2となる

のうちのいずれかが起こる。したがって(ア)から(エ)の各場合とも合成以前の図形については公式①が成立することによりS_0，S_1，S_2の面積をそれぞれ1，1／2，0とみなしたのであるから，合成後も同様にS_0，S_1，S_2の面積をそれぞれ1，1／2，0とみなせば，2つの三角形の面積の和が求められる。よって合成された図形においても公式①が成立する。したがって，この合成を繰り返すことにより，三角形の合成により作られる図形，つまり任意の格子多角形について公式①が成立する。

（注意：（＊）印の箇所は，S_2でなくてS_1が2個あるとして考える）　【証明終】

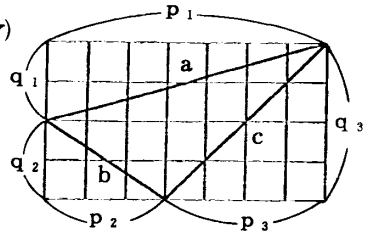
Ⅲ　代数的証明

記号を以下のように決める：

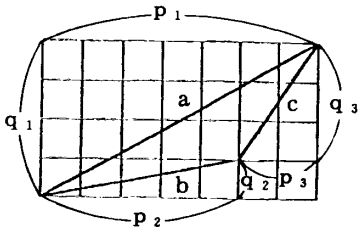
N(a)を辺aが通過する正方形の個数とする。同様にN(b)を，N(c)を定義する。集合論の記号を用いて，N(a∪b)は辺aまたは辺bが通過する正方形の個数を表し，N(a∩b)は辺aと辺bの両方が通過する正方形の個数を表す。m，nはそれぞれ幾何的証明で用いたものと同じである。

以下，(ア)と(イ)の場合に分けて，三角形について公式①が成立することを示す。

(ア)



(イ)



(ア)　三角形の各頂点が外接する四角形の辺に接する場合

$$n=N(a\cup b\cup c)-N(a\cap b)-N(b\cap c)-N(c\cap a)\cdots\cdots(1)$$

ここで，

$$N(a\cup b\cup c)=p_1q_3-(p_1q_1-N(a))/2$$
$$-(p_2q_2-N(b))/2-(p_3q_3-N(c))/2-m\cdots\cdots(2)$$

さらに，

$$n=N(a)+N(b)+N(c)-2(N(a\cap b)+N(b\cap c)+N(c\cap a))$$

より，

$$N(a\cap b)+N(b\cap c)+N(c\cap a)=(N(a)+N(b)+N(c)-n)/2\cdots\cdots(3)$$

(1)式に(3)式を代入することにより，

$$n=N(a\cup b\cup c)-(N(a)+N(b)+N(c))/2+n/2$$
$$\therefore n/2=N(a\cup b\cup c)-(N(a)+N(b)+N(c))/2$$

右辺に(2)を代入して，

$$n/2=p_1q_3-(p_1q_1+p_2q_2+p_3q_3)/2-m$$
$$\therefore m+n/2=p_1q_3-(p_1q_1+p_2q_2+p_3q_3)/2$$

右辺は与えられた三角形の面積である。

(イ)　三角形の頂点のうち一つが四角形の辺に接しない場合

(1)式，(3)式はこの場合も成り立つ。次の(4)式が成立する。

$$N(a\cup b\cup c)=p_1q_1-(p_1q_1-N(a))/2$$
$$-(p_2q_2-N(b))/2-(p_3q_3-N(c))/2-p_3q_2-m\cdots\cdots(4)$$

したがって，(1)式に(4)式と(3)式を代入して，

$$n/2=N(a\cup b\cup c)-(N(a)+N(b)+N(c))/2$$
$$=p_1q_1-(p_1q_1+p_2q_2+p_3q_3)/2-p_3q_2-m$$
$$\therefore m+n/2=p_1q_1-(p_1q_1+p_2q_2+p_3q_3)/2-p_3q_2$$

右辺は与えられた三角形の面積である。

三角形の多角形の合成については，Ⅱの3にのべたことと同様にしてできる。　【証明終】

評

情報化等に伴う社会の変化と生徒の多様化に，学校教育がどのように対応するかという社会的要請に応えて設けられたのが課題学習である。今回の学習指導要領では，「第２学年及び第３学年に，各領域の内容を総合したり日常の事象に関連付けたりした適切な課題を設けて行う課題学習を，指導計画に適切に位置付け実施するものとする。」として，課題学習が教育課程の中に正式に位置付けられた。課題学習は生徒が自ら課題を見いだし，主体的に探求することにより，主体的な学習が身に付き，数学的な見方や考え方を育てることを目指している。さらに，課題を解決する過程において，「数学は楽しい」「数学はこんなところで役立っている。」など，数学のよさや数学を学ぶことの楽しさを味わわせたい。

課題の満たすべき要件としては，以下のことが中学校数学指導資料（文部省）に挙げられている。

(1) 一人一人の生徒が様々な思考や創意工夫を行うことができ，それぞれの特性を生かして意欲的な探求ができること

(2) 一人一人の生徒が何らかの方法で結果を見通すことができ，一応の解決が可能であること

(3) 課題を解決していく課程で多様な数学的な見方や考え方が発揮され，そのよさが体験できること

(4) 課題を解決することによって，更に新しい課題を見いだすことができるような発展性があること

今回の３名の先生方が研究実践された課題学習「格子多角形の求積」は，上記の要件をほぼ満たしているように思われる。

また，この実践の主な特色をまとめてみると，

(1) すべての生徒が何らかの解決ができるような課題作りに努めたこと

(2) 一人一人の興味・関心を大切にするため，いくつかの課題から自分が最も取り組みたい課題を選んで追及するという学習過程を取り入れたこと

(3) 面積の公式を導きだすことを目的とせず，生徒の学習に対する意欲や態度を重視したこと

の３点である。

課題学習で最も難しいことは，課題学習の問題の開発である。今後ともこの研究を継続されて，素晴らしい課題学習の問題を開発していくことを期待したい。