

# 数学における自ら学びとる力の育成

足中教研 数学部会

中村・上村・斎藤・深堀  
石原・岩下・板橋・菊地

## 1 はじめに

我々、教師にとって学習指導の改善に関する問題は、旧くて新しい課題である。その解決の基本的な場は、授業であり、その授業において、我々教師は、生徒たちが積極的に参加できるように保障しなければならないのである。つまり、個の学習状態に応じた授業展開に関する研究を進めなければならないことになる。もちろん、すべての生徒たちが、ある限られた時間の中で、目標の達成をしていくことは難しいことも承知している。

### (1) 足利市の数学科の取り組み

昭和47年から、「教師は教え込むのではなく、生徒の動きに合わせてどのような援助指導を行えばよいか」という課題に対してシート学習で研究を重ねてきている。シート学習方式は、形式的には、今やほぼ完成している。最近では、昭和61年の関プロ水戸大会や栃木県研修センターで「自ら学びとる力を育てる指導を目指して」というテーマで発表を行った。そこで、改めて2つの課題が出た。

#### ① 個人差に対応するため

生徒たちの個性や適性・能力を大切に、それに応じた教育を進めていくことへの配慮がいかにか大事であるか、この対応のため、個々の生徒に適した内容、教材教具、授業の形態や方式を工夫しなければならない。

#### ② 共同研究の必要性

授業の改善が、結局は個々の教師の力量や見識にまかせられてしまっていることの反省から、「シート学習方式」という一斉授業の中で個に応じた授業を足利全体で、さらに広く取り組むことをしなければならない。

### (2) これからの方向

テーマに迫るために、教師の授業観の変革がまず何よりも求められる。その授業観を変えていくことは、頭の中で考えることだけではなく、教室の授業の実態をたえず見つめながら、実践をたえず重ねていき、さらに共同研究をすることで、他の人の意見を聞くことにより、はじめて可能となる。

だから、足利では、各学校の実態をふまえながら、学校の枠を越えて市を上げての共同研究を進めていくことを決意したのである。

## 2 研究の概要

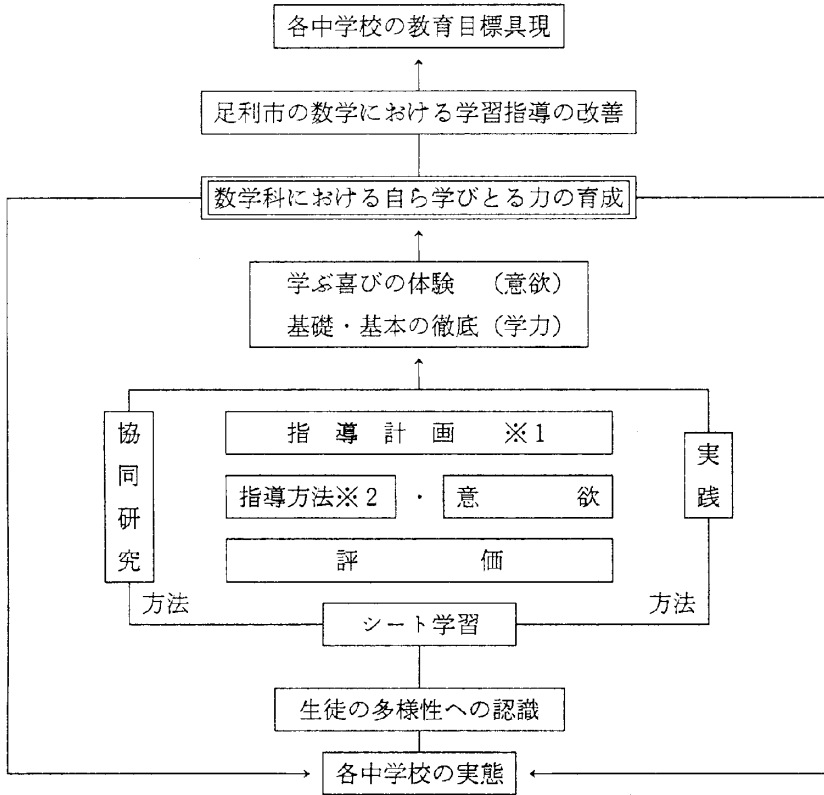
### (1) 研究のねらい・内容・方法と全体構想図

#### ① ねらい

自ら学ぶ生徒の姿は、生徒の日常的・全体的学習意欲、すなわち学習成果の総和によるものや学級指導における学習集団のモラルづくりなど負うところも大である。そこで、

我々教師は、いつでも自ら学びとる力を育てる指導に目をむけて授業を設計しなければならない。

② 全体構造図



構想図中の※1・単元の指導計画

- ・本時のB教材の内容
- ・興味づけ
- ・学習形態の工夫
- ・教材・教具の工夫
- ・個別指導

※2・発問の工夫

- ・補助シート

③ 研修内容

自分の手で、教科の本質をついた学習を積極的に行うことのできる生徒を育てるためには、生徒にこの学習方法を意図的・計画的に訓練し、学び方を十分身につけさせることが必要であり、学習活動を価値のある豊かなものにする上で、学習意欲の喚起は極めて大切であり生徒が自分自身で学習するとしたとき、学習活動に意欲を持って立ち向かうことになる。このとき、大きな学習効果を期待することができる。このために、シート学習を一方法として研究することを考えた。全体構想図の自ら学びとる力の育成をめざして、指導計画、指導方法、意欲の3つの面から研究を考えた。

#### ④ 研究方法

全体構想図を見て説明したいと思う。

- 右側の実践ということについては、教師は授業で勝負するということで理論ではなく実際の授業を通して研究を行っていく。
- 左側の協同研究については、各学期1回の公開授業を行い、市内の数学担当の先生は必ず年に1回以上は参加する。
- 研究授業実施の当番校とならない学校も、各校毎に各学期1回位校内研修会を持ってシート学習授業を進める。
- 数学担当の先生は、各自、個人毎に年間何回かは自身で、しかるべき学習教材シートを作成し授業を行うことを望む。
- 数学担当の先生が集まる教科研究会では、今までの研究結果等を報告し、市内の数学担当の先生の共通理解を図り、協力をお願いし、市を上げて研究した。

#### (2) シート学習について

一般的な授業の流れは、まず教師が問題を解き、それにならって生徒が類似問題を解くというふうに進められていく。確かに、この方法も、ひとつのすばらしい方法であるが、生徒の自主的な学習、発見的、創造的な学習という点から考えると十分な方法とはいえない。ここで「話して聞かせてわからせる」授業から「まず自分で考えてから、教師の指導を受ける」授業への展換の一方法として、1時間1枚の学習シートを使っての授業を考えてみた。学習シート作成にあたっては、個別学習・小集団学習・一斉学習の3つの学習形態を効果的に組み合わせることを配慮している。

シート学習には、以下にあげるような数々の長所があると思われる。

##### ① 目標の焦点化された学習ができる。

1時間1観点の原則にしたがって学習シートを作成しているので、学習内容を焦点化できる。

##### ② 学習を一人ひとり成立させられる。

生徒一人ひとりには、その学習を進めるに当たって、

- ・レディネスに違いがある。
- ・理解する速さに違いがある。
- ・単位時間に学習する量に違いがある。

この実態に即して、一人ひとりに学習を成立させるためには、個別学習の時間をできるだけ多くしなければならない。この点で、学習シートを使い学習では、自己のペースで学習を進めていくことが可能な面が多い。

##### ③ 創造的に学習することができる。

教科書は、そのスタイルからいって、課題提示のあとひきつづいて解法が示されているものである。したがって、教科書を見ながら学習を進めていったのでは、答が教えられているようなもので、生徒が自分の頭で考える機会が少なくなる。その点シート使用

の学習では、Bの問題を自分の発想で考えることになるし、その考え方をグループで、また全体で練り上げることができるのである。

④ 毎時間の評価を時間内に行うことができる。

1時間の学習シートの中に、評価問題（Eの問題）があり、必ず、時間の終わりに評価できるようになっている。さらに、教師は、生徒の自己評価カードによって、生徒のつまづきを知ることができ、次時の授業展開に生かすことができる。

※指導の流れ

	補点	学習段階	留意点
A	・本時のアプローチとなる問題 ・前時の復習	・ふりかえる	・レディネスの状況把握 ・前時の再評価
B	・本時の課題	・つかむ ・たしかめる	・課題解決にあたって *考える時間の確保 *学習状況のチェック
C	・理解のための問題	・ためしてみる	・個別指導 ・自己評価してOKならばDに進ませる ・解答は右端にあり折って使用
D	・練習・深化・応用の問題	・ふかめる	・個人学習を主とし教師は、個別指導にあたる。 ・全部終わらなくてもよい
E	・本時の評価問題	・まとめる	・5分以内でできる問題

中3 円 円と角 No.6

円周角 (4) 題番氏名 \_\_\_\_\_

A. 次の各図の $\angle x$ ,  $\angle y$ の大きさを求めよ。

(1)

(2)

(3)

B. 図のように $\angle ACB = \angle ADB$ ならば4点A, B, C, Dは同一円周上にあるということがわかるが、このことはどのように証明できるだろうか。

C.  $\triangle ABC$ の頂点B, Cから対辺に垂線を引き、交点をそれぞれD, Eとするとき、4点B, C, D, Eは1つの円周上にあることを証明せよ。

D. 次の各問に答えよ。

(1) 右の図で $\triangle ABC \cong \triangle ADE$ , BCとDEの交点をPとするとき同一円周上にある4点の組をすべてかけ。

(2) 右の図で $PA + PB = AQ$ となることを証明せよ。

(3)  $AB = AC$ の二等辺三角形が円Oに内接している。BDは円Oの直径、 $\angle BDC = 50^\circ$ のとき

①  $\angle APB$ の大きさ  
②  $\widehat{AB} \cdot \widehat{BC}$ を求めよ。

(4)  $AB = AC = 5\text{cm}$ の $\triangle ABC$ が円Oに内接している。辺BC上に点DをとりADを結び、その延長と円周との交点をE、 $DE = 5\text{cm}$ のときADは何cmとなるか。

E. 次の各図で4点A, B, C, Dが同一円周上にあるものを選び。

①

②

③

④

C

① 円周角の同じ所に点D, Eがあり  
②  $\angle BEC = \angle BDC = \angle BAC$ だから4点B, C, D, Eは1つの円周上にある。

D

(1) (A, B, D, P)  
(A, E, C, P)

(2)  $\angle PBQ = \angle PQB$ だから  $PB = PQ$ したがって  $PA + PB = PA + PQ = AD$

(3) ①  $105^\circ$   
② 13 : 10

(4)

AD=5とするれば  
 $\triangle ABD \sim \triangle AEB$ より  
 $6(x+5) = 5 \cdot 6$   
 $x > 0$ だから  
ADは4cm

E

① ②

学習シートの基本的なスタイルは、上記にあげたようなものであるが、学習内容によっては、Bの問題（数学の新しい原理，法則，定理等の発見）に中心をおいたシートが考えられるし，C・Dの問題（反復練習といったような個別学習に多くの時間をとる）に中心をおいたシートも考えられる。学習シートの作成にあたっては，そのスタイルにとらわれずに，学習内容と生徒の実態をふまえて作成することが大切であると考える。

### (3) 研究の経過

上述，本研究のねらいや内容，方法に沿って，各学校数学部会や推進委員会がどのような取り組み方をしてきたのか，以下，主な事柄を列記していくことにする。

- 協和中での研究授業と指導法研究会（62.2.27）。3年「関数」。テーマ・数学的な考え方を生む学習課題とは。今までの形式に囚われない，生徒の発想を生かした授業展開がなされ，研究を進める為の問題提起とできた。研究推進委員会も選出される。
- 第1～3回推進委員会（62.4）。研究テーマの検討等と中教研数学部会資料作り。
- 中教研数学部会（62.5.7）。教師の持つ課題，本年度の研究テーマとその内容，及び推進委員会の活動内容とその経過報告について。各研究上の課題が確認される。
- 三中での研究授業と指導法研究会（62.6.12）。2年「連立方程式」。テーマ学ぶ意欲を育てる教材と援助指導のあり方とは。生徒同士の教え合いの場をどう配慮していくか。テーマに関する評価をどうとらえるかと言った点が問題とされた。
- 第4～10回推進委員会（62.6～8）。研究の全体構想図と評価テスト問題及び評価の仕方についての検討。中教研教科研究会での報告内容確認と資料作り。
- 各学校での校内研修（1学期中）。各校でシートを作成し，それを利用して授業研究を行い，中教研教科研究会の資料としてまとめる。
- 中教研数学科研究会（62.8.10）。推進委員会の活動経過報告と各校からの実践報告。各校でどのようなシートが作られ，どのような授業，研究会が行われたか，またどのような反省点等見出されたか。学年単位で発表，討議される。
- 第11～13回推進委員会（62.8～9）。中教研数学科研究会で出された問題点の検討。評価テスト問題作成と実施や処理の仕方についての確認。
- 坂西中での研究授業と指導法研究会（62.9.25）。1年「方程式」，2年「1次関数」，3年「関数」。テーマ・B教材の内容と提示の仕方の工夫と生徒の反応のとらえ方について。より具体的な生徒への配慮の仕方や生徒の実態に合わせたねらいの絞り方等问题とされた。各学年毎のシート作り講習会。1年方程式，2年1次関数，3年円について，単元を見通してのシートを協同で作成。
- 各校で評価テスト実施（62.9）。1年正・負の数，2年不等式，3年平方根。
- 第14～16回推進委員会（62.10～11）。評価テスト成果の集計作業，富田中での研修会の発表内容打ち合わせと資料作り。
- 富田中での研究授業と研修会（62.10.8）。3年「関数」。テーマ・B教材の内容と与え方の工夫。続けて，富田中，中教研数学研究会での研究授業と指導法研究会

(62.11.12)。3年「円」。ともに子供達の活動が十分に生かされた授業が展開された。及び、推進委員会の活動経過報告と宇都宮大学助教授、木村寛先生の講話「個人差に応じた指導」

- 第17～20回推進委員会 (62.12～63. 1)。第2回評価テスト問題作成と実施や処理の仕方についての確認。

(4) 評価問題と意識調査から

学力と意欲は車の両輪の関係であり、切り離して考えることのできないものである。そこで、生徒の学力及び意欲についての確に把握することは、指導上必要なことであり、しかも不可欠なことでもある。更に、その把握した実態を日々の学習指導に生かすと同時に、研究の資料として蓄積することも重要なことである。したがって、これらのことを目的として、各学年の学力及び意欲を把握しようと、市内中学校11校に協力を得て調査を実施した。

- ① 1年の評価問題とその考察（調査生徒数 市内11校の各1クラス 計437名）

正の数、負の数の単元について、主にAは「知識・理解」、Bは「技能」、Cは「数学的な考え方」に関するものを出题した。この問題のうちA1(3),3,B6(4)(9), (10)は昭和60年12月文部省初等中等教育局（文部省）がまとめた研究紀要の中の問題と同一である。また、B6(1), (11), C10は昭和58年度栃木県学力水準調査（学調）に出题された問題と同一である。この2つの研究資料と本調査結果を比較すると次の表のようになる。

問 題	文 部 省	本 調 査	問 題	学調の平均	本 調 査	数字は いずれ も正答 率%で ある。
A1 (3)	78.4	61.6	B6 (1)	79	79.6	
3	49.0	38.7	(11)	50	51.0	
B6 (4)	88.1	88.1	C10 (1)	63	66.4	
(9)	64.3	56.5	(2)	43	56.3	
(10)	68.7	62.7				

全国の中学校を対象とした文部省の調査結果と比較すると、正答率は低い。しかし、学調にある県内の中学校の平均正答率を、本調査結果の正答率は上まわっている。

《Aの問題について》

(抜粋)

1. 次の ( ) にあてはまる数をいれなさい。

(3)  $-3$  は、 $4$  よりも ( ) 小さい数である。 61.6%

(4)  $\frac{1}{3}$  の逆数は ( ) であり、 $-4$  の逆数は ( ) である。 91.8% 66.6%

(5)  $-8$  の絶対値は ( ) である。 85.6%

3.  $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$  の中に、絶対値が2より小さい数で何個ありますか。  
38.7%

1の(4)では、逆数の意味は理解できているようであるが、 $-4 = -\frac{1}{\frac{1}{4}}$ と考えられないために、 $\frac{1}{3}$ の逆数の正答率に比べ極端に低い。また、1(5)と3から絶対値の意味は理解できているが、「～より」の意味ちが把握されていないことがわかる。数学の用語の定着ができていないことを痛感する。

《Bの問題について》

(抜粋)

6. 次の計算をしなさい。

- |                            |       |                        |       |
|----------------------------|-------|------------------------|-------|
| (1) $-3 - 4$               | 79.6% | (4) $(+8) \times (-6)$ | 88.1% |
| (9) $-12 \div \frac{1}{3}$ | 56.5% | (10) $19 - 35 + 11$    | 62.7% |
| (11) $8 - (-2) \times 5$   | 51.0% |                        |       |

基礎的・基本的な計算力を問う問題を出題したが、まずまずの成績であろう。文部省や学調との比較の表を参考されたい。

《Cの問題について》

(抜粋)

8. 右の表で、たて、横、ななめのどの3つの数を加えても和が等しくなるように①～⑤にあてはまる数を書きなさい。

- ①51.3% ②49.2% ③54.5%  
④52.2% ⑤50.1%

	+1	②	-1
	①	-2	④
	-3	③	⑤

9. A, Bの2人がゲームをして、さいころをふりました。得点は偶数の目が出れば+2点、奇数の目が出れば-3点とし、それぞれ20回ふりました。Aが出た目は、4, 5, 2, 3, 2, 5, 1, 4, 3, 6, 2, 4, 1, 3, 4, 6, 2, 5, 1, 3でした。Bは偶数が12回でした。2人の点数の差は何点ですか。 32.5%

10. aは正の数, bは負の数とします。下の①～⑤の数について次の(1),

(2)の問いに答えなさい。

- ① a ②  $a \times b$  ③  $a + b$  ④  $a - b$  ⑤  $b - a$

(1) 上の①②③の数のうち一番大きい数はどれか。 66.4%

(2) 上の①②③④⑤の数のうち、一番大きい数はどれか。 56.3%

8は、和が-6となるように逆算の考え方をを用いるが、やや難しい問題であったようである。9は考え方ができているが、答えの表現の仕方で-10点差と記したために、

誤ってしまい正答率が低くなってしまった学校もある。10の結果は、生徒にとって  $a$ 、 $b$  が正の数、負の数を代表するものとしての概念が不足していることも物語っている。

② 2年の評価問題とその考察（調査生徒数 市内11校の各クラス 計436名）

不等式についての評価問題の集計結果から次のようなことがいえる。

- ア 2数の大小比較において、分数が入ると正答率が低くなる。
- イ 数直線に不等号で表され範囲を示すとき、●か○の区別をあまり意識されていない。
- ウ 不等式の解放においても、分数・小数が入ってくると正答率が低くなる。
- エ 不等式の解放の基本的な  $x-4 > 6$  や  $2x > 6$  においても正当率が80%で、負の数が混じる  $1-x \leq 3$  や  $-3x \leq 12$  においては70%前後となる。このことは、さらに不等式の性質を用いた解き方の習熟を必要としている。
- オ 連立不等式においては、式の中に負の数の係数があり、しかも解が2数にはさまれない場合は正答率が著しく低下する。数直線の使用や、解がこのようになる問題の演習を十分にすることがある。
- カ 数学的な考え方をみる問題においては、「 $-1 < x < 2$  であるとき、 $-2x$ の値の範囲を不等号で表す」という問題に誤答が多い。 $-2x$ を1つの文字式として、また、 $y = -2x$ などとしてとらえられていない。文字式のとらえ方があいまいである。
- キ 階段を上下する問題においては、文章の意味を十分に読みこなしておらず、数学の問題文の読解力に欠けている。やや長い文章題もこなせる力をつけさせたい。

以上のことから、基礎をさらにしっかりと身につけさせるとともに、文章題も考えて解く力を身につけさせたい。シート学習は、そのためにも有効であろう。

③ 3年の評価問題とその考察（調査生徒数 市内11校の各1クラス 計443人）

「平方根」についての評価テストの結果から次のことがいえる。

- ア ある数の平方根を求める問題では、土を落したり、負の数の平方根まで答えてしまう誤答が目立った。
- イ  $\sqrt{b}$ を $\sqrt{c}$ に、 $\sqrt{d}$ を $m\sqrt{n}$ にの变形はおおむね理解されている。
- ウ 分母を有理化する問題は、正答率約70%を得ている。
- エ 平方根の四則計算は、それぞれ正答率約80%を得ている。
- オ 分数を夫君だ平方根の計算は、正答率40%を下まわった。
- カ 数学的な考え方をみる問題は、どれも正答率35%を下まわった。ことに、 $\sqrt{60ab}$ が最小の自然数となるように、 $a$ 、 $b$ を求める問題では、正答率0.7%と低かった。誤答の中では、 $a = 3$ 、 $b = 5$ のみと1組みだけを示したものが目立った。

知識・理解にかかわるものとして、アのように、平方根の意味を根本から理解されていないことが浮き彫りにされた。イであるにもかかわらず、平方根を含む雑多の数より、一番大きい数を選ぶ問題での正答率が低いことから、平方根の大小の概念および平方根の無理数としての概念の定着に力を注がなければならないと考える。



とを再確認した。その実現のためには、学力と意欲の二面を同時に高めることが必要となってくる。すなわち、学力をつけてやることが意欲を高めることになり、意欲を高めることが学力をつける原動力となるからである。それらのことが、生きる力を身につけた生徒の育成に結びつくと考える。

### 3 おわりに

#### (1) 成果と課題

シート学習方式で授業することより、次の学習効果が得られた。

- ① 生徒個々の能力に応じての学習への取り組みを図り得た。
- ② 教師の個に応じる指導が可能になった。
- ③ 自主的・主体的学習がすすめられる。
- ④ 自ら学びとる力が育ちつつある。

また、共同研究ということで、数学科教師が、各学校で自主的に研究授業を行い、協和

中・三中・坂西中，富田中・山辺中での公開授業もお互いの情報交換ができとてもよかった。さらに，夏季中教研でも一人一発表で充実した時間が過ごせたり，学習シート試作会では，若い教師の自主参加が多数あった。このことは，我々の共同研究に対する意識の深まりを表すものである。

次に課題を示す。

- ① 教科書を使用しないので不安を生じる。
- ② 一時間を単位としてシートを作成するので無理を生じることがある。
- ③ シートの保存方法に工夫を要する。

## (2) 今後の課題

- ① 学習シートの充実と，補助シートを利用し，さらに個に応じた取り組みが可能となるように工夫が必要である。
- ② だれでも共有できる形としての学習シート方式を確立するため，キーワードと技術を明確にしなければならない。

※ 次のページに，富田中で行われた研究授業での，B教材の内容を工夫した展開例を載せておく。

資料 1

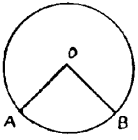

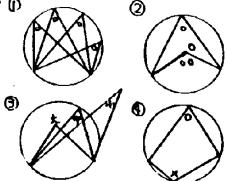
7. 本時の指導

(1) 題材 「円と角」における図形の性質

(2) 目標

- ① 「円と角」における成り立つ性質を発見することができる。
- ② 「円に関する授業を今後もやってみたいなあ」という、意欲、態度を持たせたい。
- ③ 小集団学習により、一人ひとりが進んで授業に参加することができる。

(3) 展開

具体目標	時間	形態	学習活動	指導上の留意点
できるだけ多くの解答を出すことができる。  班での話し合いが積極的に行われる。       いろいろな性質があることがわかる	3	全体	1. 今日どんな授業をやっていくのかを確認する。	
	5	全体	2. 学習課題について考える。 平面上の点Pをたくさんとって、PとA、PとBをむすび、 $\angle APB$ を分度器で、はかってみよ。いえることはなにか？いろいろとあげてみよう。 	・弧の両端と、弧を含む平面上の任意の点を結んでできる角について、どのような性質があるかが本時の課題であるが、点Pを①～⑥のすべてのところにとらなければならないことを知らせる。 ①おうぎ形の内部 ②おうぎ形の外部かつ円の内部 ③おうぎ形の直線部分 ④円周上 ⑤円周上 ⑥円の外部 
	5	個	3. 教師の話を聞いて、自分の作図を修正し、学習課題の解答を考える。	・角に関する性質以外（例えば、辺の長さ、面積など）のものをあげている場合は机間指導のときに助言する。
	15	班	4. 班で話し合っ、話し合われた内容を小黒板に書く。	＊予想される班の解答―― ア. 点Pが、周上にあるときは角の大きさが等しい イ. 点Pが、周上にあるときは角の大きさが中心角の半分 ウ. ④、⑤にある角の和は $180^\circ$ になる。 ニ. ②では中心角の大きさよりも角が小さい オ. 角の大きさについて…… ①>中心角>②>⑤>⑥ ……という大小関係があるなど
	5	全体	5. 各班の発表を聞く。	・自分の班と、どこが違うか？を考えさせながら聞かせたい。
	5	全体	6. 他の班へ質問をする。	・質問にたいして、うまく答えられない場合は教師が援助する。
	15	全体	7. まとめを聞く。	・成り立つ性質を図、式、文章でまとめしていく。 
	2	全体	8. 次の予告を聞く。	・証明をしなければ、本当に成り立つかどうかははいえない。ということを知らせる。 $\angle O + \angle X = 180^\circ$

## 評

学習指導の改善とは、充実した授業を通して、生徒に確かな学力を身につけさせることとである。

本市中教研数学会では、従来から積みかさねてきたプログラムシートの活用を通して、生徒一人一人が自分のペースで自学自習し、意欲をもって学習活動が展開できるようにするため、学校間協同推進による実践的研究を行ってきている。

本稿は、研究の中核である推進委員の先生方が、年度の区切りということで中間的にまとめたものである。特に、授業研究を各学校を会場に順番に行いながら、学期毎に評価を導入してきている点に特色がみられる。先輩の助言のもとに、推進委員会で評価問題を作成し、全中学校が実施しながらその結果を指導方法改善のために活用しているとのことである。この部分は、今までの研究の中で一番手薄な所であり、市の全中学校をあげてのこのような自主的な研究は、必ずや多くの成果が得られるものと確信します。

今後とも、組織的、継続的に研究を深められますよう期待いたします。